

gute Kommunikation mit dem Kind, Zeit, Selbstdisziplin. Wenn man diese Kosten scheut, zahlt man ein hohen Preis.

Mit Lernmaterial lassen sich diese Voraussetzungen zum Teil nachholen. Aber dabei entsteht nicht die gleiche Vielfalt und Flexibilität wie beim mathematischen Betrachten der verschiedensten alltäglichen Vorgänge. Es lohnt sich, in der ersten Schulwoche zu erforschen, wie weit die Schüler über entsprechende Denkstrukturen verfügen. Die Lehrpläne erlauben am Anfang des Mathematikunterrichts eine zahlenfreie Übergangsphase, die für genau solche Themen genutzt werden kann. Das ist keine verschwendete Zeit, in späteren Jahren werden alle Beteiligten davon profitieren. Das soll aber keinesfalls bedeuten, die vielfältige mathematische Betrachtung hätte damit ein Ende. Im Gegenteil! Mit einem Material, das die unsichtbaren Zusammenhänge optimal sichtbar werden lässt, kann die Erarbeitung neuer Rechenthemen für Kinder endlich zum *intellektuellen Genuss* werden. Sie müssen Gelegenheit haben, den Stoff von allen Seiten aus zu durchdenken; eigene Fehler zu beobachten und sie dann gleichsam zu sezieren, ihre Entstehung zu begreifen, und sie müssen logische Beziehungen zwischen den einzelnen mathematischen Themen ausloten (Gegenteiligkeit von Addition und Subtraktion, Verdoppelung ...).

5.2 Addition und Subtraktion

Vorgehensweise

Bei allen im Folgenden beschriebenen Aufgaben ist die Rechengrundlage $1 \text{ Noppe} = 1$. Das ist sinnvoller als die alternative Darstellung $1 \text{ Stein} = 1$, da die Steine unterschiedlich groß sind. Zugleich fördert diese Einteilung das Mengenverständnis und die Dezentrierung, da alle Noppen einer Menge sich auf demselben Stein befinden oder zumindest dieselbe Farbe haben, während

zugleich *ein* Stein z.B. 4, 6 oder 8 bedeuten kann. Durch Stecken, Vergleichen, Anordnen. etc. werden die Rechenschritte vollzogen.

Es ist für Kinder sehr hilfreich, wenn sie möglichst bald die *Grundaufgaben bis 20* „*auswendig*“ können, d.h. sie nicht mehr ausrechnen müssen, sondern das Ergebnis auf Anhieb wissen (vgl. S. 126). Dieses Wissen muss aber wirklich ein Wissen von Zusammenhängen sein und nicht nur ein Auswendigkönnen im luftleeren Raum. Manche Eltern glauben, das sei eine gute Notlösung für Kinder mit Rechenproblemen. Doch das ist ein Irrtum. Kinder müssen verstanden haben, was die Zahlen bedeuten, und sie müssen für den Zweifelsfall immer eine Stufe zurückgehen und sich die Rechnung selbst erklären können.

Die folgenden Aufgaben sollen bei dieser Verbindung von Verständnis und auswendigem, routiniertem Beherrschen helfen. Ziel ist, dass Kinder sich problemlos im Raum zwischen 1-20 zurechtfinden.

Schriftliche Fixierung ist wichtig, denn es nützt wenig, wenn Kinder eine gebaute Aufgabe nicht in mathematische Zeichen fassen, also aufschreiben können. Daher bietet es sich an, parallel zum Bauen immer auch zu schreiben. Dabei sollte man keinesfalls von Anfang an einem „Schema F“ folgen. Lassen Sie die Kinder mit Legosteinen experimentieren und parallel dazu Notizen machen. So üben Kinder auch, ihre eigenen Handlungen und Beobachtungen zu strukturieren. Lassen Sie das Kind in verschiedene Richtungen rechnen und nicht in Einbahnstraßen. Das Ziel des Experiments kann sein, verschiedene Zerlegungen einer Zahl zu finden, sich das Kommutativ-Gesetz ($a + b = b + a$) zu beweisen, unterschiedliche Darstellungsformen für eine Rechnung zu finden, Rechnungen in verschiedenen Teilschritten zu lösen ... Das Ziel muss von Anfang an klar sein. Besprechen Sie es mit dem Kind und vergessen Sie dabei nicht, dass Kinder oft

mehr verstehen, als wir glauben. Manchmal interpretieren wir Aussagen der Kinder vorschnell als falsch, anstatt nachzufragen und uns von der kindlichen Sichtweise verblüffen zu lassen.

Sie können Legosteine als Unterstützung bei Aufgaben verwenden, die für die Schule erledigt werden müssen. Sie können Aufgaben aber auch spontan erfinden und aufschreiben. Genauso kann das Kind sich mit Steinen Aufgaben ausdenken und sie dann notieren oder umgekehrt. Sie können sich mit dem Kind auch eine kleine *Kartei der Grundaufgaben* oder anderer Aufgaben anlegen (vgl. S. 126). Dabei steht auf der Vorderseite die Rechnung, auf der Rückseite die Lösung. Das Kind kann nun Karten ziehen, die Aufgabe bauen und die Karte daneben legen. Wenn es mit der vereinbarten Anzahl an Aufgaben fertig ist, kann der Erwachsene anhand der Karten kontrollieren, ob die Bauwerke tatsächlich das darstellen, was auf der Karte steht. Wenn beides nicht zusammenpasst, haben Sie so eine gute Basis, um das Kind sein Vorgehen erklären zu lassen. Lassen Sie es die Rechnung nochmals darstellen bzw. sein Bauwerk verändern – dann werden Sie verstehen, wo ein evtl. Missverständnis lag.

Die folgenden Aufgaben umfassen typischen Stoff der ersten und zweiten Grundschulklasse.

Aufgabe: Zahlen von 1-10

Lernziel: Mengen von 1-10 auf der Basis von 1 Noppe = 1 erkennen und in die richtige Reihenfolge bringen.

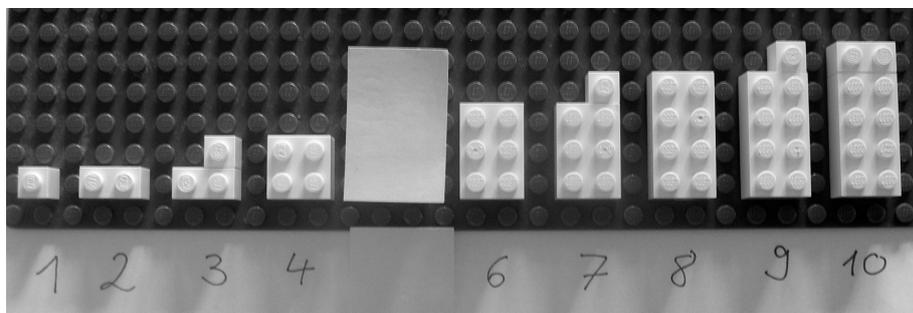
Material: Legosteine folgender Größe, einfarbig: 1x1: 5 Stück, 2x1: 2 Stück, 2x2: 3 Stück, 2x3: 3 Stück, 2x4: 2 Stück; eine Bauplatte.

Alter: Ab 4 Jahre.

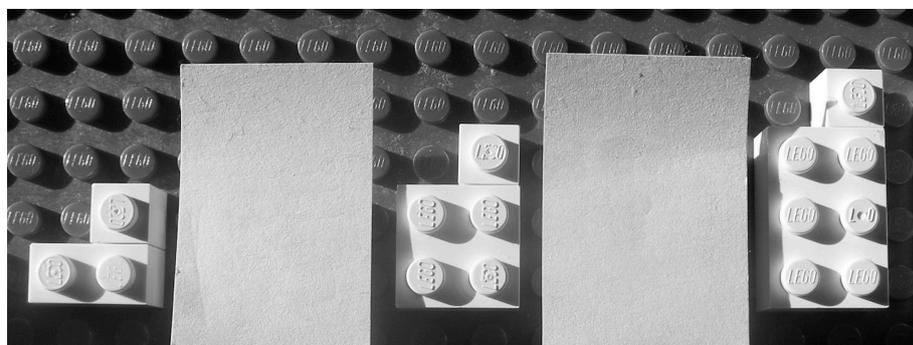
Zum Einstieg baut das Kind die Zahlenreihe von 1-10. Dabei beginnt es gemäß der Leserichtung links. Lassen Sie das Kind ver-

suchen, die günstigsten Zusammensetzungen selbst herauszufinden. Wer mag, kann ein Blatt Papier vor die Platte legen und die richtigen Ziffern darauf schreiben.

Variante 1: Lassen Sie das Kind entdecken bzw. fragen Sie, nach welcher Regel diese Reihe entsteht. Die Regel hier ist „+1“.



Variante 2: Decken Sie mit einem Papierstück je eine gebaute Zahl ab. Das Kind soll sich anschauen, welche Zahlen davor und danach kommen und die versteckte Zahl nennen. Umgekehrt können Sie mit zwei Papieren zwei Zahlen abdecken, sodass dazwischen eine frei bleibt. Das Kind soll angeben, welche Zahl davor und danach kommt. Wenn das Kind dabei sicherer wird, wenden Sie die gleiche Fragestellung auf die geschriebenen Ziffern an. Beobachten Sie, ob das Kind zur Vergewisserung auf der Platte nachschaut oder ob es allein mit den Ziffern zurechtkommt.



Variante 3: Bauen Sie nur einige Zahlen aus der Reihe auf und lassen Sie den Platz dazwischen frei. Das Kind soll mit den übrigen Steinen die Reihe vervollständigen.

Sie können die mündliche Version solcher Aufgaben problemlos in den Alltag einbauen, z.B. auf Autofahrten: „Was kommt vor/nach 7?“ „Was ist kleiner, 3 oder 6?“ „Wie viele Zahlen stehen zwischen der 2 und der 5?“, etc.

Variante 4: Lassen Sie das Kind die Reihe rückwärts aufbauen, beginnend mit der 10.

Aufgabe: Zahlen zerlegen in der Ebene

Lernziel: Zahlen zwischen 2-10 in Additionen und Subtraktionen zerlegen.

Material: Je mind. 3 Steine der Größen 1x1, 2x1, 2x2, 2x3 und 2x4, in zwei oder mehr Farben; 1 kleine Bauplatte.

Alter: Ab ca. 5 Jahre.

Diese Übungen laden dazu ein, die gebaute Figur auf unterschiedliche Arten zu betrachten und daraus unterschiedliche Rechnungen abzuleiten. Zwingen Sie den Aufgaben kein Schema auf, sondern lassen Sie dem Kind Raum für eigene Entdeckungen. Machen Sie es im Zweifelsfall auf unterschiedliche Sichtweisen aufmerksam. Die hier vorgestellten Zerlegungsaufgaben werden in der Ebene gebaut, was zu interessanten Effekten führt, wenn man die Platte um 180° dreht. Eine andere Bauweise finden Sie weiter unten in der Aufgabe „Zahlen zerlegen mit Türmen“.

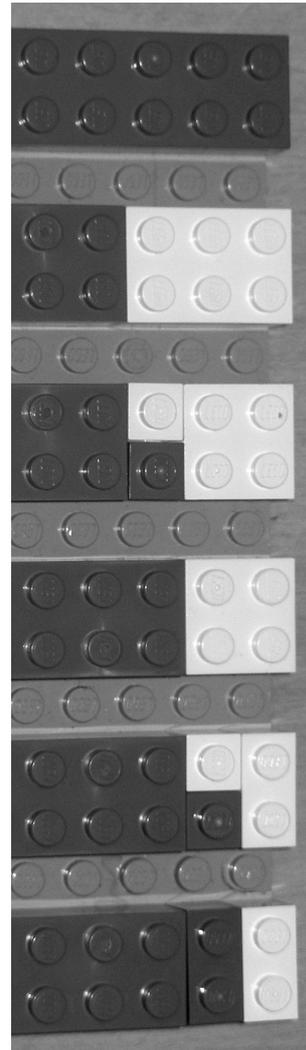
Vorgehensweise: Lassen Sie das Kind eine Menge, z.B. 10, an die obere Kante einer Platte bauen. Dabei wird bereits die erste Zerlegung nötig werden, z.B. in einen 2x4er-Stein und einen

1x2er Stein. Nun soll das Kind sich weitere Zerlegungen der 10 ausdenken. Die Selbstkontrolle ist einfach, da richtige Zerlegungen die gleiche Größe haben wie die oberste gebaute Menge. (Falls das Kind arge Probleme hat und sich gar nicht sicher ist, ob die Ergebnisse gleich groß sind, lassen Sie es die Zerlegungen *auf* statt neben die Ausgangsmenge bauen. Richtige Lösungen sind dabei deckungsgleich.)

In der nebenstehenden Lösung ergibt sich, von links nach rechts gelesen:

$$10 = 4 + 6 = 5 + 5 = 6 + 4 = 7 + 3 = 8 + 2$$

Nutzen Sie die Schritte beim Bauen, um die Bedeutung des „=“ zu festigen: Wenn das Kind fertig gebaut hat, soll es die beiden Zahlen notieren. Dann soll es nochmals nachschauen, ob seine neue Rechnung tatsächlich so groß ist wie die Ausgangsmenge. Ist das der Fall, darf es das „=“ hinschreiben und eine neue Zerlegung auf der Platte sowie eine neue Zeile auf dem Blatt anfangen.



Variante 1: Lassen Sie das Kind systematisch alle möglichen Zerlegungen suchen, die mit zwei (drei, vier ...) Summanden (und entsprechend vielen Farben) gebildet werden können.

Variante 2: Fortsetzung mit der Aufgabe „Wer hat das Kommutativ-Gesetz gemacht?“

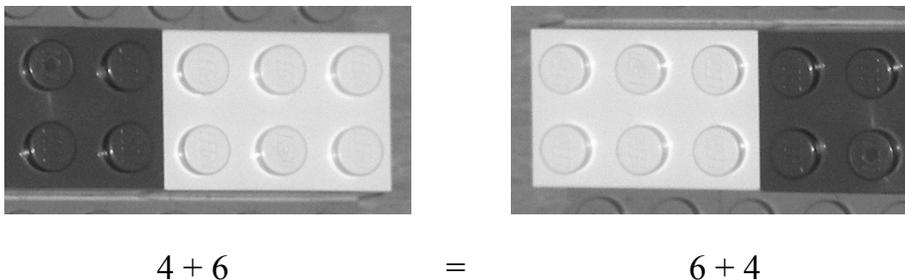
Aufgabe: Wer hat das Kommutativ-Gesetz gemacht?

Lernziel: Verstehen, dass Additionen unabhängig von der Reihenfolge der Summanden funktionieren (Kommutativ-Gesetz).

Material: Fertiges Bauwerk aus der Aufgabe „Zahlen zerlegen“, oder je zwei verschiedene Steine in 2 Farben.

Alter: Ab 5 Jahre.

Für den Einstieg in dieses Thema genügen vier Steine (je zwei gleiche). Bauen Sie gemeinsam mit dem Kind daraus eine Aufgabe nach dem Muster „ $a + b = b + a$ “, z.B. die Aufgabe $4 + 6 = 6 + 4$ wie in der Abbildung. Besprechen Sie mit dem Kind, worin sich die beiden Darstellungen unterscheiden (Reihenfolge der Summanden) und was das Bemerkenswerte ist (das Ergebnis ist das Gleiche).

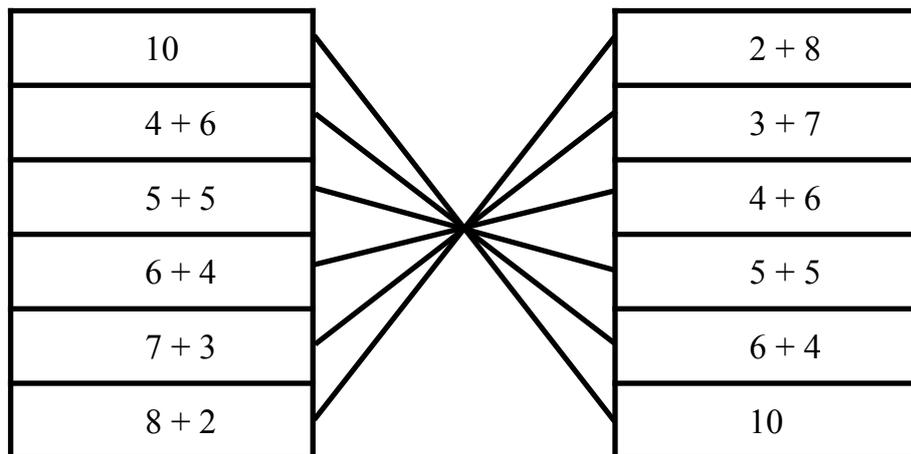


Hier ist die Dezentrierung besonders wichtig: Wenn dem Kind nicht klar ist, dass Farbe oder Anordnung der Steine nichts mit ihrem Wert zu tun haben, kann es die Idee der Kommutativität (Vertauschbarkeit) nicht verstehen. Lassen Sie in diesem Fall das Kind erneut mit verschiedenen Materialien erleben, dass jede Zahl ihren Wert behält, unabhängig davon, wodurch sie dargestellt wird: Legosteine verschiedener Farbe, Obstsorten, Spielzeuge ...

Wenn das Kind das Kommutativ-Gesetz im Prinzip verstanden hat, können Sie weitere Rechnungen benutzen. So lernt das

Kind viele typische Zerlegungen bis 10 kennen, die austauschbar sind. Benutzen Sie z.B. die Zerlegungen der Aufgabe „Zahlen zerlegen in der Ebene“. Lassen Sie das Kind die Platte um 180° drehen. (Stellen Sie dieses Buch mit der Abbildung der vorhergehenden Aufgabe „Zahlen zerlegen in der Ebene“ auf den Kopf, um es selbst auszuprobieren.) Nun soll das Kind die Rechnungen erneut aufschreiben und mit den Ergebnissen aus dem vorherigen Durchgang vergleichen.

In dieser Variante ist die Reihenfolge der Rechnungen umgekehrt, weil die Platte gedreht wurde und nicht nur gespiegelt. Schreibt man die Rechnungen in zwei Spalten nebeneinander, ergibt sich:



Hier ist einer der besten Anknüpfungspunkte, um die Schönheit der Mathematik zu bemerken. Das Kommutativ-Gesetz ist elegant, diese gegenseitigen Beziehungen sehen aus wie ein Tanz mit genau abgezeichneten Schritten. Das Kommutativ-Gesetz wurde nie auf einer Konferenz von Mathematikern beschlossen, sondern es wurde entdeckt. Woher es kommt, woher die Mathematik überhaupt kommt, ist eine große philosophische Frage. Diese Seite der Mathematik hat etwas Beruhigendes: Was man einmal verstanden hat, gilt für immer. Es wird nicht wie techni-

ches Wissen in einigen Jahren überholt sein. Eine 6 ist immer eine 6, $6 + 4$ wird auch in dreihundert Jahren noch 10 sein.

Und wenn Sie schon einmal mit dem Kind philosophieren: Überlegen Sie weiter, dass Zahlen beim Kommutativ-Gesetz eine ihrer Besonderheiten offenbaren: Sie haben nur ein einziges Merkmal, sie sind nur Zahl, sonst nichts. Das ist bei Menschen und Dingen anders, deswegen sind die nicht kommutativ. 6 Affen und 4 Bananen sind etwas ganz anderes als 4 Affen und 6 Bananen (beides mag allerdings zum gleichen Geschrei führen ...). Zahlen können durch allerlei Dinge mit unterschiedlichen Eigenschaften *dargestellt* werden, z.B. durch Legosteine. Aber nur *weil* eine 6 immer eine 6 ist, wird sie durch den grünen Legostein genauso gut dargestellt wie durch den roten.

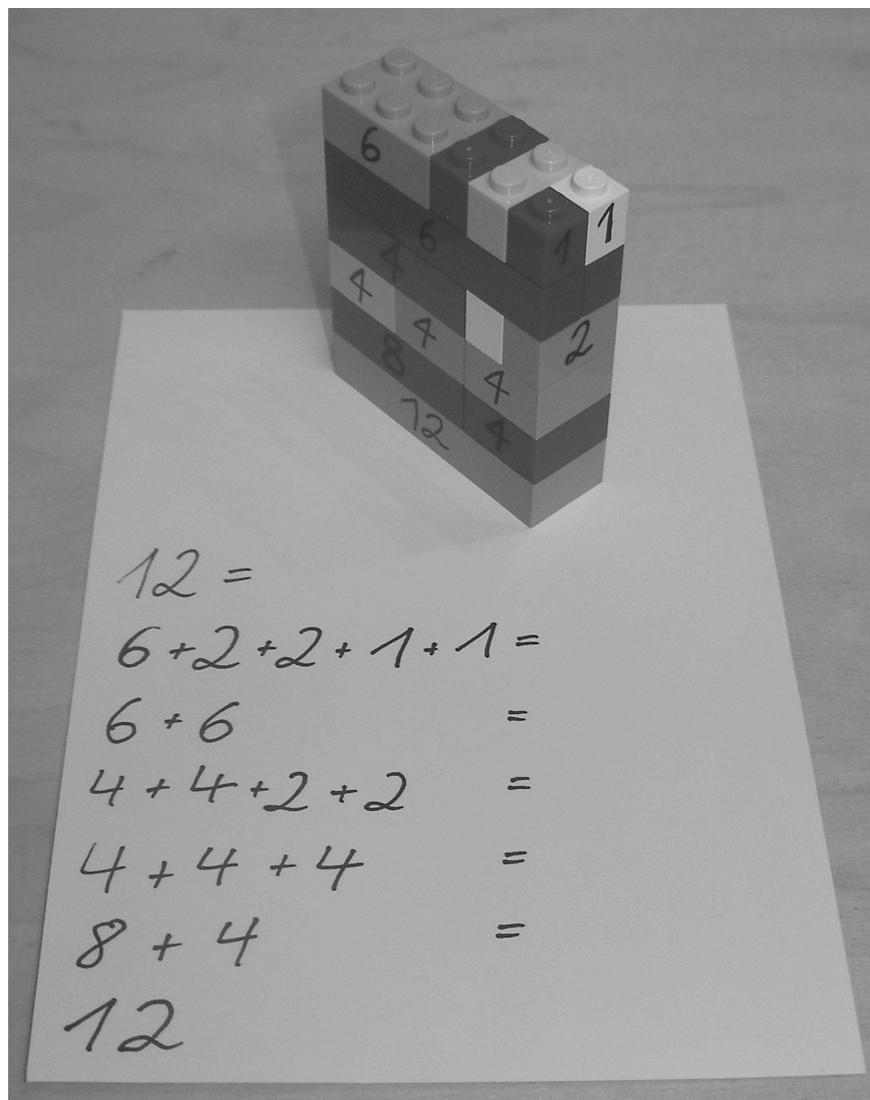
Diese Einsichten fehlen gerade rechenschwachen Kindern. Dabei sind sie nicht nur für die Schule nützlich, sondern wie alle Philosophie bereichern sie das Leben, schaffen neue, interessante Blickwinkel. (Genau dieses Interesse, so beklagen viele Universitäten, fehlt heutigen Studenten, die nur nach Nützlichkeit fragen.) Von der Mathematik aus können wir an Musik und Kunst anknüpfen: Zwei andere Dinge sind ebenfalls kommutativ. Das sind die Farben und die Töne. Wie die Zahlen sind auch sie „an sich“ nicht zu erfassen, sie können nur dargestellt werden, z.B. wenn Licht sich bricht, wenn wir Malkreiden, Wasserfarben benutzen; wenn wir eine Saite an Klavier oder Gitarre anschlagen, ein Blättchen in der Klarinette zum Schwingen bringen. Wie bei den Zahlen gilt ein „ $a + b = b + a$ “: blau + gelb ist das gleiche wie gelb + blau, die Noten „c“ und „e“ klingen zusammen genauso wie „e“ und „c“. Wie in der Mathematik gibt es auch in Musik und Kunst Gesetzmäßigkeiten, die Menschen nicht gemacht haben, sondern die wir nur entdecken können.

Aufgabe: Zahlen zerlegen mit Türmen

Lernziel: Zahlen auf verschiedene Arten zerlegen bzw. addieren.

Material: Je 4-5 Steine aller Größen.

Alter: Ab 5 Jahre.



Dies ist eine Alternative zum Zerlegen in der Ebene. Die Grundideen sind die gleichen. Kinder, die sich die Gleichheit von Mengen besonders nachdrücklich beweisen wollen, sind mit dieser Methode im Vorteil. Denn hier muss man nicht nebeneinander liegende Bauten vergleichen, sondern die Summanden stecken direkt auf der Zahl, die zerlegt wird. Sind die Summanden zu groß, steht etwas über; sind sie zu klein, bleibt ein Stück frei. Nur bei der richtigen Lösung decken sich die beiden Schichten vollständig.

Fangen Sie mit einfachen Zahlen an, z.B. unten eine 4 (2x2er-Stein). Nutzen Sie auch die Möglichkeit, die kleinen 1x2er-Steine waagrecht oder senkrecht einzubauen. Das erinnert das Kind zusätzlich daran, dass Additionen unabhängig von Anordnungen sind. Mehrere verschiedene Zerlegungen kann man einfach oben anbauen. Jede Zerlegung ist eine neue Schicht. Wenn ein Kind sich schwer tut, die verdeckten Steine zu erkennen, kann man deren Wert mit wasserlöslichem Stift auf die Seite schreiben (vgl. Abb.).

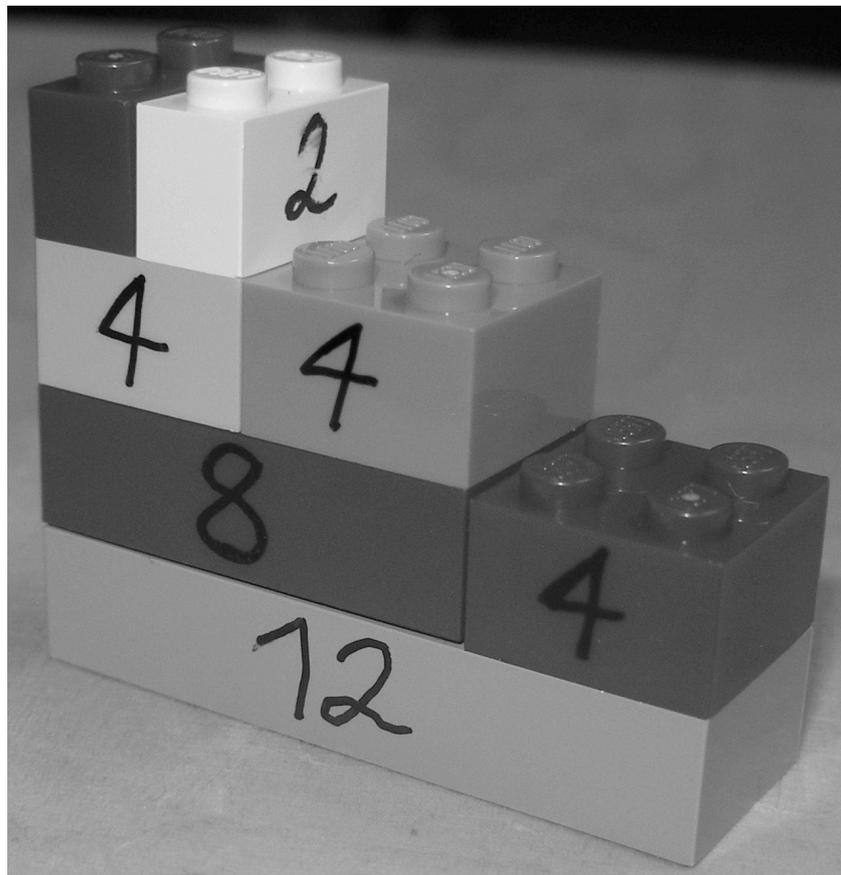
Variante „Von oben nach unten addieren“: Das Gegenteil des Zerlegens können Kinder sich klar machen, wenn sie den Turm nun von oben nach unten betrachten. In die eine Richtung gelesen sind die Rechnungen bzw. Bauten Additionen mit dem Ergebnis 12, in die andere Richtung gelesen sind es Zerlegungen der Zahl 12.

Variante „Wer baut den höchsten Turm?“: Mehrere Kinder können einen Wettbewerb starten: Wer schafft es, den höchsten Turm zu bauen, d.h. die meisten Zerlegungen zu finden? Dabei darf aber keine Zerlegung zweimal vorkommen.

Variante „Eine Platte voller Aufgaben“: Wenn Sie das Kind mit Aufgaben versorgen möchten, können Sie ihm z.B. einfach eine Bauplatte geben, auf die mehrere verschiedene Basisschichten

gesteckt sind. Jede muss nun so vielfältig wie möglich zerlegt werden. Wer bewusst alle Zahlen bis 10 üben möchte, markiert auf einer Bauplatte mit wasserlöslichem Stift 10er-Felder oder baut entsprechende Basisschichten als Vorgabe.

Variante „Treppenstufen“: Bei dieser Variante wird nicht in jeder Ebene die unterste Zahl zerlegt, sondern eine Zahl aus der jeweils vorhergehenden Ebene. Dabei ergeben sich mehrere verschiedene Rechnungen:



$$12 = 8 + 4$$

$$8 = 4 + 4$$

$$4 = 2 + 2$$

Lassen Sie auch hier das Kind experimentieren. Eine interessante Frage ist z.B. „Wie muss man vorgehen, um einen möglichst hohen Turm / möglichst viele verschiedene Rechnungen zu erhalten?“ Nutzen Sie als Lehrkraft besonders solche Fragestellungen zur Differenzierung bei begabten Kindern. Dabei hat das Kind das gleiche Material wie die anderen, betrachtet es aber von einer anderen Fragestellung aus (nachdem es das gleiche Pflichtprogramm wie die anderen erfolgreich absolviert hat).

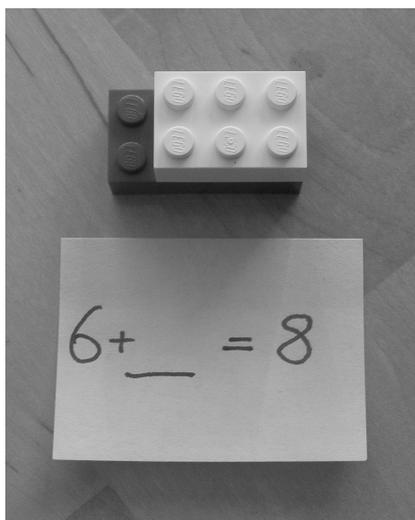
Aufgabe: Wie viel fehlt von ... auf ... ?

Lernziel: Fehlenden Summanden ergänzen.

Material: Je 4-5 Steine aller Größen.

Alter: Ab 5 Jahre.

Ergänzungsaufgaben des Typs „Wie viel fehlt von ... auf ...?“ sind wichtig, damit Kinder nicht wie in einer Einbahnstraße rechnen, sondern Gleichungen aus verschiedenen Blickwinkeln betrachten. Damit sie diesen Effekt auch haben, sollten sie nicht getrennt, sondern gemischt mit „normalen“ Aufgaben gerechnet werden.



Ergänzungsaufgaben lassen sich mit Legosteinen darstellen, indem man fragt: „Wie viele Noppen fehlen noch, damit der untere Stein (oder ein aufgezeichnetes Feld auf einer Platte) vollständig bedeckt werden kann?“ Ein Beispiel zeigt die Abbildung. Das Kind kann schriftliche Aufgaben bauen oder aus Bauten Aufgaben ableiten.

Zur Bestätigung wird einfach der freie Raum mit entsprechenden Steinen aufgefüllt. Die werden als Menge erfasst oder gezählt, und ihre Anzahl ist die Lösung. Je nach Lernbedarf des Kindes darf es diesen Schritt als Hilfestellung ausführen, ehe es die Lösung sagt bzw. hinschreibt, oder erst danach, als echte Kontrolle.

Aufgabe: Alles negativ sehen

Lernziel: Mit Legosteinen subtrahieren.

Material: Je 4-5 Steine aller Größen.

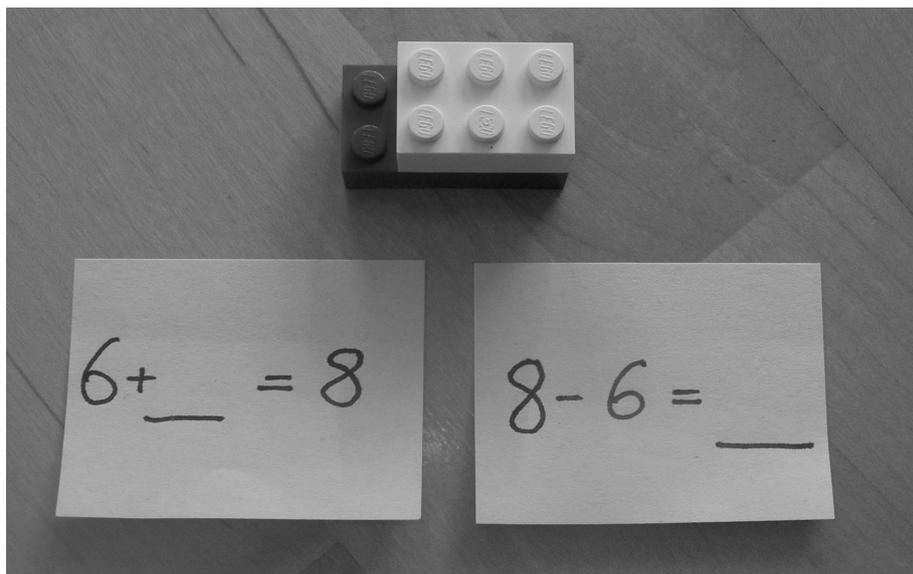
Alter: Ab 5 Jahre.

Die gleiche Anordnung wie bei den Ergänzungsaufgaben „Wie viel fehlt von ... auf ...?“ eignet sich zum Subtrahieren. Hier ist nur der Blickwinkel ein anderer. Das macht deutlich, wie Addition und Subtraktion miteinander verschränkt sind:

$$6 + x = 8$$

$$8 - x = 6$$

$$x = 8 - 6$$



Prinzipiell geht man so vor: Den Minuend (die Zahl, von der abgezogen wird) legt man auf den Tisch. Darauf steckt man den Subtrahend (die Zahl, die man abzieht); er bedeckt also entsprechend viele Noppen der größeren Zahl, er „nimmt sie weg“. Die Frage ist, wie viel vom Minuenden übrig, d.h. sichtbar bleibt. Das ist das Ergebnis bei Rechnungen der Form $a - b = x$.

Wenn das Kind einigermaßen mit der Subtraktion zurechtkommt, sollten Sie es unbedingt den Blickwinkel zwischen den drei oben notierten Gleichungen wechseln lassen. Es soll also das Bauwerk entsprechend betrachten und die Rechnungen in diesen verschiedenen Formen aufschreiben. So lernt das Kind, sich selbstbewusst und sicher im Zahlenraum zu bewegen. Und das ist eine der besten Voraussetzungen für erfolgreiches und fröhliches Rechnen.

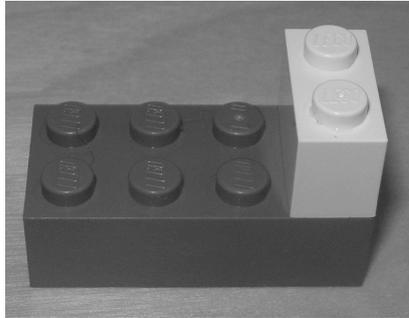
Aufgabe: Man kann nicht alles vertauschen

Lernziel: Verstehen, dass das Kommutativgesetz beim Addieren gilt, aber nicht beim Subtrahieren.

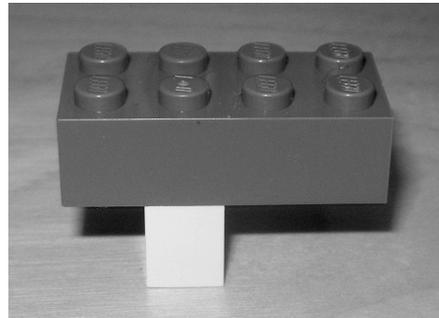
Material: Je 5-10 Steine aller Größen.

Alter: Ab 6 Jahre.

Zum Subtrahieren wird der kleinere Stein (der Subtrahend) auf den größeren gesteckt. Was bedeckt ist, wird abgezogen; was sichtbar bleibt, ist das Ergebnis. Wenn man nun versucht, das Kommutativgesetz anzuwenden, steckt der größere Stein auf dem Kleineren. Das ist etwas ganz anderes als die umgekehrte Anordnung. Die erste Einsicht ist also die, dass nicht das gleiche Ergebnis herauskommt, wenn man eine Subtraktion umdreht.



8 - 2



2 - 8

Außerdem „bedeckt“ der größere Stein nun mehr Fläche, als da ist. Es ist leicht einzusehen, dass der kleinere Stein den größeren nicht bedecken kann. Darunter entsteht ein leerer Raum. Wer möchte, kann das Kind hier schon mit den negativen Zahlen vertraut machen: Wie viele Noppen hätten denn in diesem leeren Raum Platz? Wie viele „nicht vorhandene“, d.h. negative Noppen gibt es also?

Aufgabe: Verdächtige eingrenzen

Lernziel: Ungleichungen lösen.

Material: Je 5-10 Steine aller Größen.

Alter: Ab 6 Jahre.

Ziel dieser Aufgaben ist es, Summanden aus einem bestimmten Größenbereich zu finden. Die Grenzen sind in der Rechnung vorgegeben. Es ist notwendig, dass das Kind schon die Zeichen „>“ für „größer als“ und „<“ für „kleiner als“ kennt und sicher unterscheidet. Bei der Aufgabe „ $4 + x < 8$ “ werden also Zahlen gesucht, die mit der 4 zusammen eine Menge kleiner als 8 ergeben. Wie bei den meisten Aufgaben kann das Kind auch hier zuerst bauen und die Rechnung dann notieren oder zuerst rechnen und zur Kontrolle bauen.

Aufgabe: Hin und weg

Lernziel: Rechnen mit abnehmenden und zunehmenden Summanden.

Material: Je 5-7 Steine aller Größen.

Alter: Ab 6 Jahre.

Bei dieser Aufgabe versucht man, die Gesamtmenge zu erhalten, während man die Summanden verändert. Der eine Summand wird immer um 1 vergrößert, der andere entsprechend verkleinert, damit die Summe unverändert bleibt. Das lässt sich entsprechend mit 2, 3, 4 ... auf jeder Seite durchführen. Für die beiden Seiten verwendet man verschiedene Farben. Am besten baut man in der Ebene auf einer Platte, um die verschiedenen Schritte besser vergleichen zu können.

Schriftlich sieht das z.B. für die Summe 8 so aus:

$$1 + 7 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2 = 7 + 1$$

Aufgabe: Zwischen zehn und zwanzig

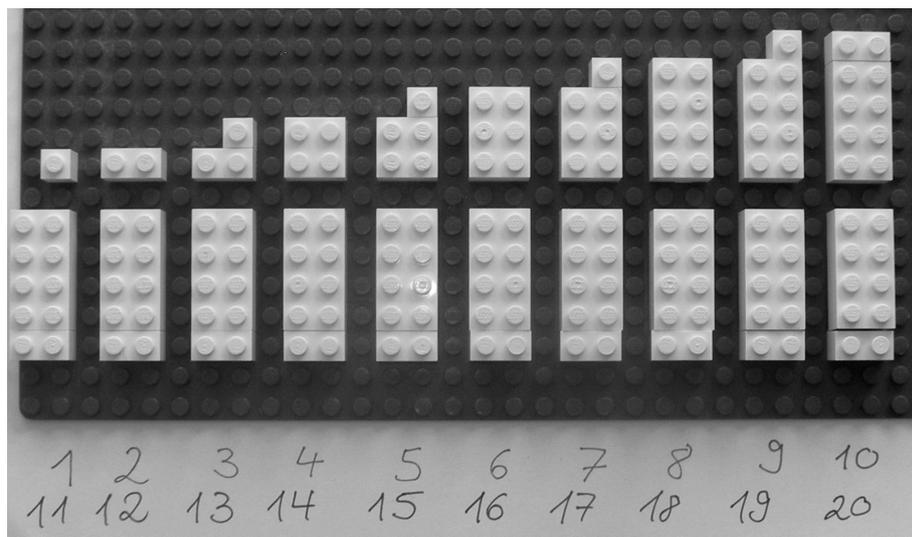
Lernziel: Rechnen mit Zahlen zwischen 10 und 20.

Material: Je 5-15 Steine aller Größen.

Alter: Ab 5 Jahre.

Sie können in mehreren Schritten systematisch das Rechnen im zweiten Zehner üben, mit und ohne Zehnerübergang. Damit nähern sich die materialgebundenen Übungen dem Ende, denn das Dezimalsystem muss man letzten Endes schriftlich verstehen. Schließlich sind es die Positionen der Ziffern und nicht Bauwerke, die dieses System ausmachen.

Legosteine helfen im Bereich bis 20 noch bei der Einsicht, dass bei den Zahlen von 11-20 im Vergleich zur 1-10 immer ein Zehner hinzukommt. Das lässt sich sehr übersichtlich darstellen:



Sie können den verdeutlichenden Abstand zwischen dem ersten Zehner und den Einern auch weglassen. Dann empfiehlt es sich evtl., den ersten Zehner in einer anderen Farbe zu bauen.

Variante „Addition oder Subtraktion beginnend bei 10“:

Hier geht es um Rechnungen, die mit der 10 anfangen. Als Basis wird immer eine 10 gebaut, die man dann zerlegt, zu der man etwas addiert, oder von der man etwas abzieht. Die entsprechenden Vorgehensweisen wurden bereits geschildert.

Variante „Addition und Subtraktion mit Zehnerübergang“:

Bei Aufgaben wie „ $9 + 5$ “, „ $7 + 4$ “, „ $18 - 12$ “, „ $15 - 6$ “ wird in der Schule meistens empfohlen, erst bis zum Zehner zu „gehen“, um so einen festen Orientierungspunkt zu haben und die Aufgabe geschickt in Schritte zu zerlegen. Allerdings haben manche

Kinder andere Strategien und auch die können „geschickt“ sein. Wenn das Kind sich aber durch seine Privatmethode befangen, unsicher fühlt, dann sollte man seinen Horizont unbedingt erweitern. Generell ist es am besten, mehrere Strategien zur Auswahl zu haben und selbstbewusst wählen zu können.

Am übersichtlichsten gestaltet man diese Aufgabe, indem der erste und zweite Zehner verschiedene Farben erhalten.

5.3 Multiplikation

Bei der Multiplikation muss das Kind verstehen, dass es sich um eine Wiederholung der Addition handelt. Dabei gibt der eine Faktor an, wie oft die Addition wiederholt wird, und der andere Faktor, welcher Summand wiederholt addiert wird: $4 + 4 + 4 = 12 = 3 \times 4$. *Das Kind muss also zwischen dem Wert der Steine und der Anzahl der Steine unterscheiden können.* Dazu muss es dezentrieren können; es muss Mengen als Ganzes ohne Abzählen erfassen; es muss wissen, dass Mengen unveränderlich sind; es muss verstehen, dass kleinere Mengen in größeren enthalten sind und es muss zügig addieren können.

Bei der Multiplikation muss das Kind auch lernen, dass es gleichgültig ist, ob es bei $4 \cdot 2 = 8$ vier 2er-Steine benutzt oder zwei 4er Steine. Wie beim Addieren gilt also auch beim Multiplizieren das Kommutativgesetz: Summanden ($4 + 2 = 2 + 4$) und Faktoren ($4 \cdot 2 = 2 \cdot 4$) sind vertauschbar. Es gilt hingegen nicht für Subtraktion und Division.